答案の作成方法について

各問題の解答は、解答用紙の以下の個所に記入すること（カッコ内は配点）

表：[1]、[2]（各 5 点）

裏：[3]、[4]（各 5 点）

[4] は答えのみでよいが、[1], [2] の答案は、答えだけでなく途中過程もきちんと示すこと。答えのみの [1][2] の答案は得点対象としない場合がある。

[1] 質量 m の質点を、重力加速度 g の一様重力下で、ばね定数 $k>0$ のばねで吊るす。この質点は、速度に比例する粘性係数 $\mu>0$ の空気抵抗を受ける。さらに、振幅 A、振動数 Ω の振動外場を加える。質点の垂直方向の位置（上向き正）を x と書くと、運動方程式は

$$m\frac{d^2x}{dt^2}=-mg-\mu\frac{dx}{dt}-kx+A\sin\Omega t \tag{1}$$

である。

この質点は十分な時間経った後、周期振動する運動に落ち着く。この振動の振幅が最大となる Ω と、その際の振幅を求めよ。

[2] 2 次元平面中を質量 m の質点が運動している。質点には、原点からの距離 r にのみ依存するポテンシャル $U(r)=ar$（$a>0$）が働いている。初期状態におけるこの質点の角運動量を L とする。

角運動量 L は固定されているものとする。この状況の下で、回転方向の運動エネルギーとポテンシャルエネルギーを足した有効ポテンシャル $U_{\mathrm{eff}}(r)$ のグラフを描け。また、質点が円運動をする際の円の半径を求めよ。さらに、初期状態の位置 r_0 と有効ポテンシャルエネルギーの値ごとに、質点がどのような運動をするのか軌道を図示せよ。（軌道の図示は、講義中に板書した程度の精度でよい）

[3] 逆二乗則の中心力（ポテンシャルエネルギーが $U(r)=-k/r$（$k>0$））に従う質点は、原点を一方の焦点とする楕円軌道を描く。質点の質量を m、初期状態の角運動量を L とすると、この楕円軌道は $r(\theta)=1/(A\cos\theta+\frac{km}{L^2})$ と書ける。ただし A は任意定数である。以上の事実は既知として、以下の問題を解く際には導出なしで用いてよい。

この質点の周期の二乗が長径の三乗に比例することを証明せよ。

[4] 地球を完全な球体とする。地球は、北極星から見て反時計回りに回転している。

あなたは北緯 30 度（赤道面から 30 度（$\pi/6$）だけ北に進んだ地点）にいる。あなたは今いる地点で、北方向が y 軸正、東方向が x 軸正、地球から離れていく真上の方向が z 軸正となる局所 xyz 座標を用いて記述を行う。ただし地球は自転しているので、あなたとあなたの座標系は動いている点に注意すること。

あなたはボールを、あなたの座標系で見て南方向（y 軸負の向き）に発射した。このボールの運動をあなたの局所 xyz 座標で記述した際、このボールが受ける遠心力及びコリオリ力の向きはそれぞれどの向きか。その向きの単位ベクトルを記す形で答えよ。ただし単位ベクトルとは長さが 1 のベクトルのことであり、例えば $\begin{pmatrix}1/\sqrt{2}\\0\\1/\sqrt{2}\end{pmatrix}$ はその例である。