答案の作成方法について

各問題の解答は、解答用紙の以下の個所に記入すること（カッコ内は配点）

表：[1]（2 点）、[2]（4 点）、[3]（4 点）

裏：[4]（4 点）、[5]（3 点）、[6]（3 点）

[1] $-1, 1, 3$ を順に $0, 1, +\infty$ に移す一次分数変換を求めよ。

[2] 以下の微分方程式の極の位置を全て求めよ。また、各極が何位の極かも答えよ。

$$(z^2-1)\frac{d^2 f}{dz^2} + \left(1 - \frac{2}{z}\right)\frac{df}{dz} - z^3 f = 0 \tag{1}$$

[3] 以下の微分方程式の解を求めよ。ただし z 及び $f(z)$ は実数のみをとるものとする。

$$\frac{d^2 f(z)}{dz^2} = -4\sin f(z) \tag{2}$$

[4] 以下の微分方程式の一般解を、ガウスの超幾何関数または合流型超幾何関数を用いて解け。

$$(z^2 - z)\frac{d^2 f(z)}{dz^2} - \left(\frac{1}{5} - \frac{11}{6}z\right)\frac{df(z)}{dz} + \frac{1}{6}f(z) = 0 \tag{3}$$

[5] 複素関数に拡張したヤコビの楕円関数 $\mathrm{sn}\,(z,k)$ を考える。$0 \le \mathrm{Re}[z] < 4K$、$0 \le \mathrm{Im}[z] < 2K'$（$K = F(\pi/2, k)$、$K' = F(\pi/2, k')$、$k' = \sqrt{1-k^2}$。$F$ はルジャンドルの標準形の楕円積分）の領域が基本周期平行四辺形である。
基本周期平行四辺形中で、$\mathrm{sn}\,(z,k)$ が純虚数となる z を全て求めよ。

[6] 基本周期 $1, \tau$ に対するワイエルシュトラスの $\wp$ 関数を考える。この 3 階微分 $\wp'''$ を、$\wp$ と $\wp'$ を用いて表せ。